四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

勾股引蒙卷二一

詳校官欽天監靈臺郎臣司廷幹

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官進士臣朱鈐

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣任衍癸

欽定四庫全書　　子部六

勾股引蒙　　天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案勾股引蒙五卷

國朝陳訏撰訏字言揚海寧人由貢生官淳安縣教諭是書成於康熙六十一年壬寅首載加減乘除之法雜引諸書如加法則從同文算指列位自左而右減法則從梅文鼎筆算

列位自上而下易横為直乘法則用程大位算法統宗鋪地錦法畫格為界除法則用梅文鼎籌算直書列位至定位則又用西人横書之式蓋兼採諸法故例不畫一至開帶縱平方但列較數而不列和數開帶縱立方但列帶一縱而不列帶兩縱相同及帶兩縱不同皆為未備所論句股諸法謂句股和自乘方與絃積相減所餘之積轉減弦積為股弦

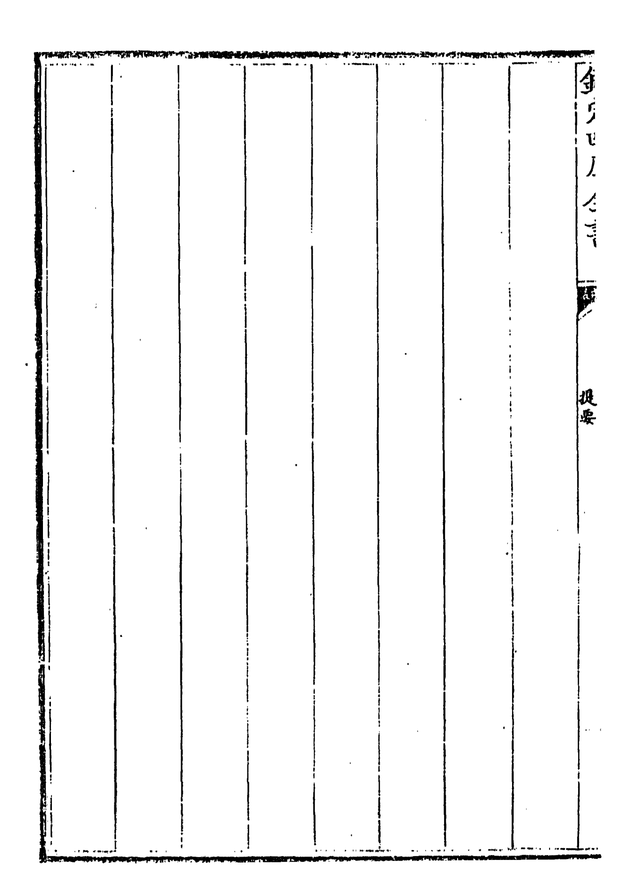
較不知以勾股和自乘積與倍弦積相減所餘為勾股較積不得為勾股較也又謂勾股相乘以勾股較除之亦得容方不知既用勾股容方本法以勾股和除勾積股相乘矣則用此一勾股相乘之積而勾股和與勾股較除之皆得容方無是理也又謂勾股相乘之積為容方者四斜弦内為容方者兩不知勾股形内以弦為界止容一方試以勾三股四

之容方積較尚不及勾股積四分之一而股愈長則容方愈小者更無論矣又謂勾股弦之長恒兩倍於容圓之周不知平圓積以半周除之而得半徑勾股相乘積以總和除而得半徑根既不同不得牽混為一也如斯之類亦多未協其三角法則全録梅文鼎平三角舉要畧加詮釋所用八線小表以餘線可以正弦正切正割三線加減得之故不備列

其半徑止用十萬亦測量全義所載泰西之舊表無所發明然算法精微猝不易得其門徑此書由淺入深循途開示於初學亦不為無功觀其名以引蒙宗旨可見録存其說亦足為發軔之津梁也乾隆四十六年十二月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀



句股引蒙

海寧 陳訏 撰

凡例

六藝數居其一句股又九章之一古周髀積冪今三角

八線皆句股法也但不得其門每多望洋是編如蒙

童初識之無漸至握管作文或析其數或明其理為

入門之始故名勾股引蒙

自籌算法行珠算可廢至專用筆算籌亦似可不用宣城梅定九先生有筆算一書備極諸用然其要不過加減乘除四字今止發其端餘不辭費葢全帙中皆加減乘除故也

籌算刱自遠西較珠算最為雅便但定位置○殊費推敲今有訣法有假如簡明易曉庶無悞用并列製籌之法用時即不必攜籌便楮可代

數學之有開方為勾股之所必需平方易立方難今不

厥其詳務使開卷易明至帶縱方雖於勾股法不恒用然法尤微奥不可不知故併載焉

勾股為測量諸法之原變化神妙不外參互一定之數今載唐荆川先生論李凉菴水部論為註釋數條足以括其變化有志之士亦在熟之而已

測量法西刻備有成書實與中法無異但文義簡奥是編顯淺明晰且先列中法後列西法如中法自有勾股以來未嘗禮失而求諸野但製器之巧當推西法

耳

三率為西法比例所通用凡三角法皆三率法也今附測量之末三角法之前一覽瞭然俾習者易如反掌

三角法即測量全義中所載測三角直線法至梅刻三角舉要尤明顯矣今備錄梅本而於取邊取線之所以然或附管見或補圖明之

三角八線必檢表得度雖弧三角即西法三角曲線與平三角微有不同未可據平三角邊為步歷之準然算三角

若不得表將何印証但八線表未能備刻今附八線小表雖具體而微然與八線全表無異

元李欒城測圓海鏡明顧箬溪為之注釋宣城梅定九先生謂止容圓一術引而伸之遂如五花八門想昔時視為絕學今昌運作人算學設館肄習然天府之書無從窺見即梅刻諸書亦購覓甚難是編不辭固陋視李顧二書似各法具備且由淺入深人易曉悉譬之江河濫觴之始可涓涓不已以至於海云

爾

句股引蒙卷一

海寧陳訏撰

筆算

古用珠算今資毫顆凡寫法俱左為大右為小其法不外加減乘除其用視籌格

加

如先有幾百幾十尺舉尺以例其餘又幾百幾十幾尺又幾十幾尺俱平寫寫完用橫畫為界併之從末小位起

每留零數寫於本位每滿十數即於前位加一點其前位仝先所寫數又所加一點直下併之留零數進十數如前法一路併向左去凡滿十者不論或百或千或萬總之左位比本位多十倍俱稱為十也

假如一百三十四尺　又九十六尺　又一百七十八尺

四六八　八

從末位併起如四六八為一十八進一點于前左位留八零數寫本位

三九七　〇

此三九七同所進一點併之得二十進兩點于前左位而本位無零置〇

一
一
四 此首位有一一又連兩點併之得四
竟寫四字於下

右共四百〇八尺從左首位至末小位

減

先從左大位減至右末小位

假如四百〇八尺先減一百七十八尺存二百
三十尺

八
四

〇
三
四
三

〡〢〣〤

又減九十六尺存一百三十四尺如右

如再減若干亦同此法

乘

有自乘如以一百七十八乘一百七十八有相乘如以一百七十八乘九十六之類依位數畫或方或長格各管所乘之位為縱横式俱左為大右為小又每格斜界從末小位界起為斜式亦左為大右為小斜

界之末格為最小之位無可併進其餘斜界一路併去留零數於本位而以滿一十者進一點於前滿二十者進二點如前加法倒併至左寫完看末位應是尺是寸逆推而上即得所乘之萬千百十

假如自乘以一百七十八乘一百七十八

先寫一七八於上平寫再寫一七八於側直寫

依平位側位畫縱橫格或平位多畫長方格或側位多畫直方格

再畫斜格末小位起

先從右邊末位乘起以末位之八乘平寫之末位八得六十四寫六字於末位斜格之左寫四字於右

再以右邊之八乘平寫中位之七得五十六寫五字於下格斜界之左寫六字於右

再以右邊之八乘平寫首位之一得八寫八字於下格斜界之右

以上右邊之八乘完

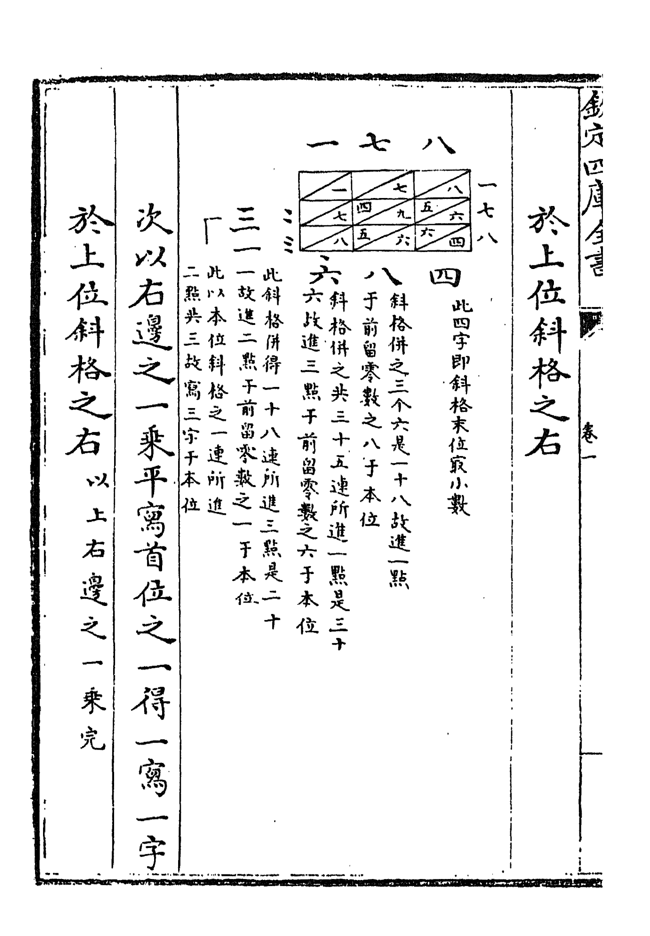
次以右邊中位之七乘平寫末位之八得五十

六寫五字於中位斜格之左寫六字於右次以右邊之七乘平寫中位之七得四十九寫四字於中格斜界之左寫九字於右

次以右邊中位之七乘平寫之一得一七如七寫七字於中格斜界之右以上右邊之七乘完

又以右邊之一乘平寫末位之八得八寫八字於上位斜格之右

次以右邊之一乘平寫中位之七得七寫七字



於上位斜格之右

一　七　八

一	七	八	一
七	四 九	五 六	七
八	五 六	六 四	八

三 一 六 八 四

四 此四字即斜格末位最小數

八 斜格併之三个六是一十八故進一點于前留零數之八于本位

六 斜格併之共三十五連所進一點是三十六故進三點于前留零數之六于本位

一 此斜格併得一十八連所進三點是二十一故進二點于前留零數之一于本位

三 此以本位斜格之一連所進二點共三故寫三字于本位

次以右邊之一乘平寫首位之一得一寫一字

於上位斜格之右 以上右邊之一乘完

各位俱乘畢將斜界各數併之圖具右方

右末位是尺乘尺即知四字是尺從尺逆推而上至三字是萬位得三萬一千六百八十四尺

若以尺乘寸則末位之四是四寸凡兩錢斤之類俱同此

假如相乘圖算俱同自乘

除

除與減相似而不同猶加與乘亦相似而不同盖加減止用小九數如二與三為五而乘與除則兩字合

呼如二三得六也除即九歸法列籌除實西法始創

先列籌式如左

籌算附籌式

籌每副九根每根九格左為大數右為小數以第一格右邊字為某號籌如一字即為一號籌二字即為二號籌算時照為法之數列籌從左而右看列實數近少除之其每籌之背俱合九數面一背必八面二背必七第九號籌之背則虛界斜格無字為法數之○用其除法用法另詳

右每籌九格每格已備所乘之數如一號籌一

一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	四	六	八	一/	一/二	一/四	一/六	一/八
三	六	九	一/二	一/五	一/八	二/一	二/四	二/七
四	八	一/二	一/六	二/	二/四	二/八	三/二	三/六
五	一/	一/五	二/	二/五	三/	三/五	四/	四/五
六	一/二	一/八	二/四	三/	三/六	四/二	四/八	五/四
七	一/四	二/一	二/八	三/五	四/二	四/九	五/六	六/三
八	一/六	二/四	三/二	四/	四/八	五/六	六/四	七/二
九	一/八	二/七	三/六	四/五	五/四	六/三	七/二	八/一

一如一一一二如二如第二號籌則第一格即一二如二第二格即二二如四第三格即二三如六第四格即二四如八第五格即二五得一十此一十之一字寫在斜格之左為大數第六格即二六得一十二以一字寫斜格之左二字寫斜格之右凡籌俱左為大數右為小數也其列籌亦分左大右小如法數或係一十九則一號籌列左九號籌列右也凡兩籌相並成斜方格

其斜方格內之數須合併算滿十即進於左位

而留零數於本位其在斜方外者不可合也

除取近少

除即珠算之歸法如以物求價物為法照物之數列籌價為實共若干價橫寫數曰（亦左邊起寫至右邊）視列籌其格近少除之（如在第一格除即寫一字如在第二格除即寫二字為商除之數）所以取近少者蓋以法除實必非一除可盡故留餘實以便再除

假如做工三百八十四丈用銀三千五百七十一兩二錢求每丈該銀若干以做工為法列三八四籌以銀為實横寫三五七一二取格之近少除之

列籌為法

三	八	四
三	八	四
六	一六	八
九	二四	一二
一二	三二	一六
一五	四	二
一八	四八	二四
二一	五六	二八
二四	六四	三二
二七	七二	三六

横實

三五七一二

一二

一五

商數

三

九兩

右列三八四號籌除實視每格自一格至八格俱少惟九格之六是單位二三併為五七七併為十四進一點于前併二為三三四五六與實近少除之因在第九格為初商九

餘實一一五二視列籌第三格之二是單位四一併為五九二併為十一進一點于前一一五二除實盡為次商三

按初商之九寫於實首位者因在三號籌左邊之字除起左邊是大數即是十位遇十在本身故第一次除寫實之第一位所謂在本身也

右工每丈該銀九兩三錢

按定位詳後凡法小實大者從實首順尋法首而法前得令如工三百較之銀三千是為法小實大應實上順尋法首令實之第二位是百即為法之首位而法前得令則實之第一位是法前而第一位上之初商九乃是九兩蓋令者兩斤尺石之所由起也九既為兩則三為錢無疑故貴定位也詳後法

置○開方置○不用此法

進單須進位　遇十在本身

退位單仍十　兩一位還升

各籌俱右為單位左為十位其左邊無字而兩籌斜格相併如五與六併為一十一之類則進於十位亦謂之十也此進位之位與本身之身俱指所商之數應寫實數上之第幾位如初商在第一位次商在二位之類為一定之位而進位則從本位而進於左位

也依此寫法有不相連接中間空一位者是商數大小相懸應置○也

退位單仍十句即補首句進單須進位之所未盡蓋如同是籌上之單位除實而所除之實位或有用退位除者則雖在籌右格之單位除仍作過十在本身其所寫商數初商在首位次商在次位也

假如實一十一兩七錢二分　法二十三石列籌

列三號三號籌視五格至九格俱浮於實惟退

位除則第四格之九二是零數與一之大數相近故從實首除籌之一十為九除十而於次位還一則所除乃在第二位而書商數於實首位是為單仍十耳然次位除起而實首書商數則依然進單進位也

兩一位還升句承上退位句以申明進單須進位也

謂惟退位除者雖單亦同十耳若實首是一法首亦是一而恰用第一格除實則進單應書商數於實首

一之前位上葢總以籌之左大右小為進單過十故前句是退位除者雖在單格亦作十論而在本身置商此句兩一是雖或一十一百而在籌格之單位除者亦作單論而在本身前一位置商也

假如實一百五十七兩　法一百二十六石

列一二六籌在第一格右小位除實則應置商於實本位之前一位

若法實俱是一在左大格除者不宜進位置商

假如實一七八二　法一八

列一八籌初次商俱在九格除實俱籌上併進

左大位是十位是遇十在本身其商數不宜進

位也

右依前法寫商數而中間空缺不接連者即〇位

也

定位

法小實大順尋法首而於法前得令

假如人參三十五兩用價共二百二十七兩五
錢
求每參一兩價若干　以銀為實　以參為法
五
列三號五號籌　此即參為法　除實
七
籌第六格除二十一是遇十在本身寫
五　二
六字於實之第一位上餘實一七五除第
六　二
五格亦遇十在本身寫五字於實之第
二位上　除盡

順尋法首者如上所列實二百二十七兩五錢人參為法是三十五兩則十為法首而實之第二位是十為法首位直上所寫商數之五即法首位而法前得令令者兩也實首直上之六為法前法前得令為六兩六既為兩則五為錢矣

法大實小逆尋法首而於法前得令

答曰每參一兩價銀六兩五錢

假如堤工三百五十用銀二十二兩七錢五分

求每一工該銀若干　以銀為實以工為法

列三號五號籌除實同前

實

五

六

法首○　法前○

法之首是百實之首乃是十是為法大

實小當實首十逆推法首百則實之前

位即法首位而實前第二位是法前位

以之得令為兩而順遞推下則初商之

六乃是分位次商之五乃是釐矣

答曰每人一工該銀六分五釐

又如法愈大實愈小則實前逆尋法首或二〇三

四〇法前得令仝前

假如隄三千四百工共銀一十五兩三錢

求每工該銀若干 以銀為實以工為法

實

列三號四號籌除實

三

初商四次商五俱籌上左邊除實商數

五

五 毫

各依遇十在本身寫法數千銀數十為

四　一　釐

法大實小從實首十數逆尋法首則實

法　。分

前二位為法首而又於法前得令起兩

首。　錢
法

退右挨數則實首上之四為四釐挨右

前。得令兩

之五為五毫矣

答曰每工四釐五毫

法實等者實首即為法首而於法前得令

法實相等如同是千同是百之類

命分

凡除至單位而止故曰實如法而一所謂一者即單也其除之至單位仍有不盡之餘實則以分命之其一除之至盡如錢分釐毫絲忽以次求之其一以法數為分母不盡者為分子命為幾分之幾

假如十九人分銀二百五十四兩依商除法已各該一十七兩矣不盡七兩命之曰十九分兩之七 葢以不盡之七剖為七个十九分得一百三十三分以十九人分之各得七分併

整數零數為每人分得十七兩〇十九分兩之七

附約法　歷法用之便於積算餘可不必

凡命分可約者約之古法曰可半者半之不可半者以少減多更相減損求其有等者以等約之西法謂之紐數以等數約母子數則皆除盡

如八十一人分銀二十七兩不能各得一兩并不能各得五錢依命分法命為八十一分兩之二十七今以法約之為三之一蓋八十一是三个二十七若剖兩為八十一分即各得二十七分是三之一也

均分法曰置分母八十一用遞減法以分子二十七減之餘五十四復以二十七減之餘仍二十七兩數相同是有等也即用此二十七轉除分母得三除分子得一如此不用細分但以每兩均剖為三兩各得其一分即三人共一兩也

若分子是五十四則用轉減法以子五十四轉減母八十一餘二十七又以母餘二十七轉減子五十四亦餘二十七是相等也即以此等數為法除母得三除子五四得二是為約得三之二

又捷法八十一乃九九相乘之數二十七乃三九相乘之數皆九也即可為組數約之為九分兩之三

當位

籌算求兩斤尺石之類竟除近少或即除盡不用當位法惟開方每商後應取兩廉約數故如餘實一百先取長廉時雖或籌之第一格是一百寧可取第九格除九十以便取長廉也今開方依西法用籌故先附此

右各法俱籌算入門之始從此開方句股三角握算推步無慮柔悞矣惟開方置。與此不同

句股引蒙卷一

欽定四庫全書

句股引蒙卷二

海寧　陳訏　撰

開方

開方為句股積冪測量步算之源其法取積實歸除使均齊方正如每邊得若干數其用籌除實視某格為某商若干等類俱如前法有平方大籌立方大籌置廉用散籌

平方大籌

平方	隅數	隅積
三格以上單位	一	一
四格以下十位	二	四
	三	九
	四	一六
	五	二五
	六	三六
	七	四九
	八	六四
	九	八一

此行即隅數　此行即隅積

立方大籌

兩大籌又名表

	隅數	隅積	立方
單位	一	一	立
	四	八	方
	九	二七	
十位	一六	六四	
百位下同	二五	一二五	
	三六	二一六	
	四九	三四三	
	六四	五一二	
	八一	七二九	

此行即隅數　此兩行平格即隅積

平方開面立方開體皆開除所積之實平方則開平面所積之方故大籌每格止一自乘立方則開立體所積之方故大籌每格其右邊直行先平列一自乘數其中左兩行雖有斜格而平行每格又以自乘之數與每格之一二三四五六七八九相乘蓋如圍棋子平方則四邊十九而三百六十一為十九个十九也立方則十九个三百六十一也又平方立方俱以第一次大籌除實之格為方根

後各依法加廉其大籌所除之格其實即隅積其平行之數即隅數且隅積即在平廉約法中并列并除此天然之巧也凡測算雖極遠極大其所測中心止憑一點其遠近多少相距亦止憑一點從此點至彼點則有線線即有所積之面面即有所積之體故平方開面立方開體皆因其所積之面與體以求其所距之線與所測之點為句股三角之用也此所測之點非開方點定開位之點

開平方法

先點定開位從末單位點起如積實尾無單位者隔於尾位置○點起一位點以至實首一點一開二點二開開不盡者命分

一點者根必單二點者根必十俱以次增先從左大數視平方籌相近之格除之開數定則方根之十百千萬亦定矣立方同

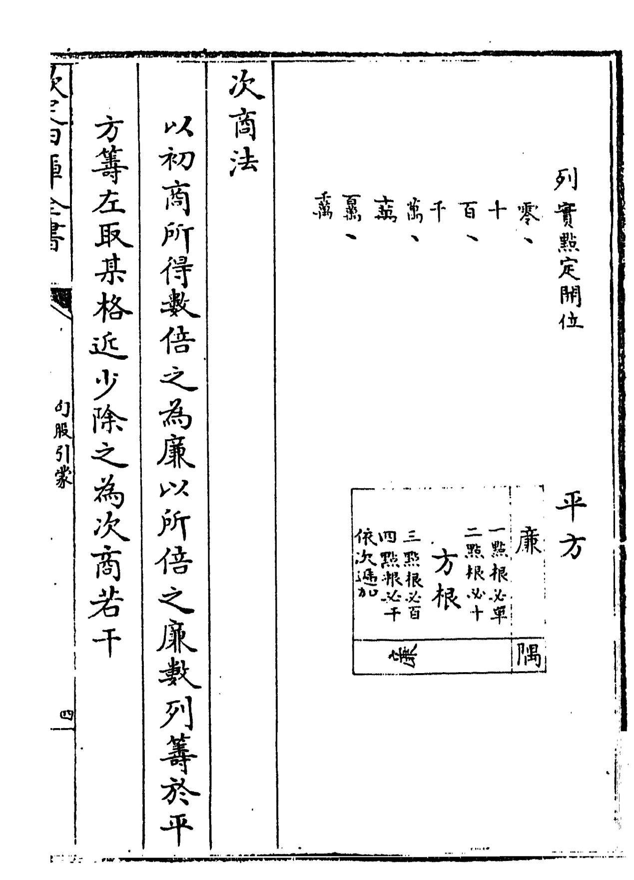
凡初商除至前第一點止次商除至前第二點止如

次商點位前原止二位而籌格有三位不得除至第二點後便須置○於次商為次商。三商以下皆然

初商法

平方籌取近少除實至前第一點止在第幾格即為初商若干此第一次除之商數名為方根

點前無餘者從籌上一二三格之單位除點前有餘者從籌上四五六七八九格之雙位除如實少於籌者用退位法除



列實點定開位

零、十百、千萬、十萬百萬、千萬

平方

廉	一點根必單 二點根必十 方根 三點根必百 四點根必千 依次遞加
隅	隅

次商法

以初商所得數倍之為廉以所倍之廉數列籌於平方籌左取其格近少除之為次商若干

三商法

以次商所得數倍之為廉列籌於次商籌之右平方籌之左除實同前法各商同此

每商置○定位三則開方定位依點遞加不用順尋逆尋法立方同

三商式

四六　如列實三點為三開從末零位點起每間一位點

一　前無餘該大籌單位除實三格內除

○四　九為初商三寫三字在首點積實之

二
三九、
。

上

次商應倍初商之三列六號籌為廉除實若取近少莫如三格但次點位前實止有二位而籌有三位不得除至次點位後便須置。是為次商得。寫。於次點位積實上隅。籌於平方籌左

三商既列六號籌。籌於平方籌之左便應統取近少除至末點位止今四格

恰除盡為三商得四寫四於末點位積實之上

三商根必百故初商之三為三百

除實列籌式

平方大籌

○號籌

六號廉籌

自乘還原

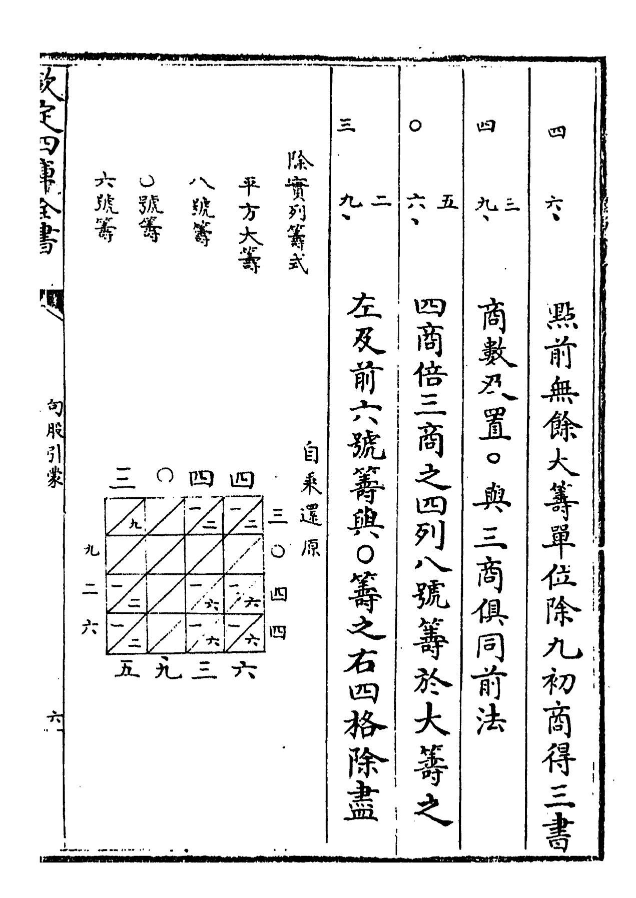
三 ○ 四

一 二 九 二 一 二 一 六

九二 三○四

四 一 六

四商式



四 六、 點前無餘大籌單位除九初商得三書

四 三 九、 商數及置○與三商俱同前法

○ 五 六、 四商倍三商之四列八號籌於大籌之

三 二 九、 左及前六號籌與○籌之右四格除盡

除實列籌式

平方大籌

八號籌

○號籌

六號籌

自乘還原

為四商四

四商根必千故初商之三為三千

四商○○式

四 六、 初商視平方籌取三格除九為初商得

○ ○一、 三次商倍方根列六號籌於表左應除

○ 二四、 至次點位止但次點前實止一位而法

三 九○、 之一格兩位下俱三位便須置○隅○

籌於前列籌右平方籌左為次商得○

除實列籌式

平方大籌

○號籌

○號籌

六號籌

自乘還原

四○○三

三○○四

九○二

六一○四

三商應除至三點位止但三點前止三位取近少在三格法有四位便須置○隅○籌於前列籌右平方籌左為三商得○四商四格恰除盡為四商得四

四商根必千故初商之三為三千

加籌

凡商除之後如兩廉必倍前商之數如前商一加二號籌前商二加四號籌之類此易明惟前商五倍之加一十則加一號。號兩籌並五加一籌。籌方是一十若不帶。籌則一為單數矣若前商之廉是十數又當為升籌

升籌

凡商除之後如有加兩籌者當用升籌法葢同位則升也如平方三開其初商二是為二百次商倍之為廉是四百應列四號籌矣其次商六是為六十三商倍之為廉是一百二十似應再列一號二號籌於前商四號籌之右然從四號籌挨次而來似乎四百一十二而非倍六十之一百二十矣故應將一百與四百併之為五百連二十為五百二十升作五二籌列於平方籌左而前商之四號籌去之

隅籌

每商必加倍數籌以為廉法故前商既置。矣亦須隅。籌於前列籌之右以為後商之廉法而取近少除實為後商其前列籌固倍數也而。不必倍者葢置一。只應隅一。籌耳立方每隅。。兩籌與平方異

命分

見前籌算法視末商籌之第一格為若干分視所餘不盡之實命為若干分之若干分

如餘積五十七如末商兩廉列八號四號籌（連前商籌在內）視第一格八四一命為八百四十一分之五百七十分葢第一格是兩廉每加一分之全數故止視第一格而命其全數與現在不盡之分也

求分杪

凡有開不盡者或不命分欲知若干分杪於餘實下增兩○位為○○則多開一位而分杪可得矣（平方隔一位點是每開兩位故增○○）

右皆開平方法其平方帶縱者開方附左

平方帶縱

列積實依開方商除法每商除實得商數以乘縱數除餘實其次商倍初商數除實以次商數乘縱數除餘實但倍商不倍縱餘商同法合每商之數為闊即正方加縱數即帶縱之長方

如縱數有比例可求者先以比例分其積而餘積以平方開之得闊因以知其長

開方得闊加縱式

假如長田六百二十四步　闊不及長二步

四、

三八

六、二一

初商得二除四百步　又以商數二乘縱二

步二二如四除四十步　餘一百八十四步

又倍初商列四號籌次商四格除一百七十

六步　又以商數四乘縱二步二四如八　共一

百八十四步除盡為次商四

開得闊二十四步　加縱二步為長二十六步

比例分積式

假如直田積四百五十步　長多闊一倍

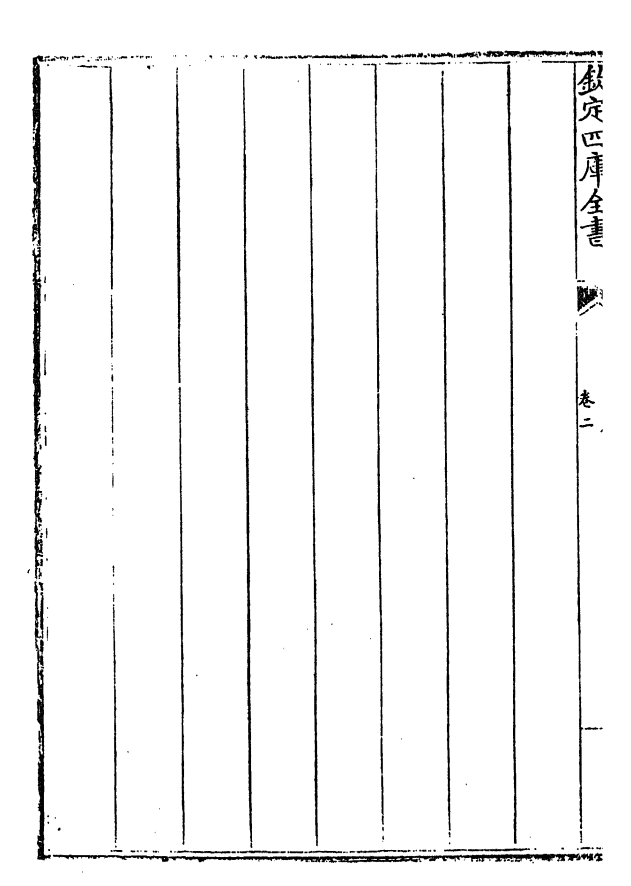
法平分其積得二百二十五步平方開之得

闊一十五步倍之得三十步即長

假如長田積二百五十二步　長比闊多四分

之三　分母　分子

法以分子三加分母四共七爲法以分母四
乘積爲實法除實得一百四十四步開方得
闊一十二步又以闊一十二步七因四除之
得二十一步爲長長比闊多九步較之十二步爲四分之三



開立方法

從末單位點起每點隔二位視列實位一點一開二點二開餘同

凡一點者方根必單二點者方根必十以次而增先從列實左大位視立方籌取近少除之

點前無餘除一二格之單位點前餘一除三四格之十位點前餘二除五六七八九之百位

立方根單其積實必從單至幾百止如九之所積

其平面自乘得八十一而立體則九與八十一相乘得七百二十九故根單必積實至百位而單位點起隔兩位至百也

立方根十其積實必從幾千至幾萬幾十萬止如九十之所積其平面自乘得八千一百而立體則九十與八千一百相乘得七十二萬九千故根十其積實必從千位萬位至十萬位止而點亦隔兩位也餘以類推

立方積實必得三位故一點一開二點二開而開數定於此矣一點者根必單二點者根必十方根定於此矣初商除至左首點位止次商除至次點位止置○廉於此矣若尾位列實止於十則實右補一○列實止於百則實右補○○以便從單位點起若列實不至單位止則點位一錯而開數方根置○俱因之以錯矣故列至單位開方之異於籌除者在此

初商

法同平方視列實用立方大籌視單位十位百位依法取近少除之至前首點位止在第幾格為初商若干為方根

次商

以初商方根自之即自乘又三倍自乘之實得若干列其號籌於立方籌之左為平廉法

再以初商方根竟三倍之列其號籌於立方籌之右

為長廉法

列籌式

單號籌　十號籌　百號籌　立方大籌　單號籌　十號籌　百號籌

餘商加至十萬千萬百萬等俱依此

視平廉籌及大籌其格近少列為平廉約數

將平廉約數在其格之隅數即大籌兩行平廉之數乘立方大

籌右之長廉如九格之八一為隅數即將長廉籌得八格一格所列之數依大小次併之

若干數為長廉約法

併平廉長廉兩約數若干以減初商所餘之實至次

點位止為次商若干

如併兩廉數浮於實須退位改商如位多於實應置

○不得除至次點位後

右立方有平廉三長廉三與平方異

三商

去前商左右列籌

以初商兩商自之又三倍之為平廉列籌於立方籌

左

再以初次兩商竟三倍之為長廉列籌於立方籌右

如前商法除至三點位止

四商以下皆同

去前商籌依法列平廉長廉籌除至末點位止為四

商若干如尚有餘實依命分法

右前法俱前商之後即將前各商數自之又三倍

之為平廉列籌視其格與餘實近少列為平廉約數再以前各商竟三倍之為長廉列籌俱依前法分列大籌左右視平廉約數在其格之隅數取以乘長廉得若干數為長廉約數其萬千百十各依位數附於平廉之本位併之而除餘實其隅數即在大籌之除格其廉積即在散籌之每格仍是於全數中除兩廉應除之餘實而隅數亦不煩再乘再除也梅定九先生籌算仍依古法先以前商三倍之為廉法

以前商數自之又三倍之為方法以方法除餘積得次商既得次商用其數以乘方法為三平廉積又次商自乘以乘廉法為三長廉積再以次商為隅法以隅法自乘再乘得小立方形為隅積三共併之除餘積不知既列籌除則籌之每格即乘有廉之全積何必多此一乘且大籌在初商為方根在每商即為隅積今用籌併除何必又自乘再乘耶

立方籌右行隅數定位

二開　次商三格以上是單位　四格以下是

十位

三開　三商三格以上是單位　四格以下是

十位

次商三格以上是百位　四格以下是

千位

四開　四商三格以上是單位　四格以下是

十位

三商三格以上是百位　四格以下是

千位

次商三格以上是萬位　四格以下是

十萬位

右隅數以末商三格以上是單四格以下是

十起層累遞加

法式

二開商式

假如積實六千八百五十九

九、　兩點兩開

五　兩點根必十

八　點前無餘從單位

六、　點俱隅二位連本位共三位

○

○

初商　列立方大籌視第四格之六四雖係近少然點前無餘必從單位除寧可在第一格除一蓋第二格雖亦單位然八浮於六不可除實故除一格之一為近少除去一千為初商一兩點根必十此初商一為方根

一十

次商　以方根一十自之又三倍自乘之實得三百列三號籌於立方籌左為平廉籌又以方根竟三倍之得三十列三號籌於立方籌右為長廉籌

前商餘實五八五九視平廉籌之九格三四二九相近列為平廉約數其九格之隅數八一乘長廉之三十得二千四百三十為長廉約數併兩廉約數共五千八百五十九除實盡在第九格為次商九

次商在九格除盡即次商隅數九亦在除内葢隅在長平兩廉相湊之角故次商之隅即同次商之商數其在大籌之第幾格者為隅之邊數

而在第幾格之自乘者為隅之實數今與大籌並列同除故隅亦在其中也

三平廉貼於前商方形之正面側面及或上或下而後成四方平等之方故次商先以方根自乘者乘平廉一面之全數也三倍之則所貼方根三面之平廉全數也但全數與方根等方而全數之積多於現在之餘積故於此三平廉全數中視其格與餘實近少而為平廉約數然此

三平廉者與方根闊狹厚薄相等今三面貼湊止能悉照方根之方而不能湊合成方根外加廉之方故又有長廉三一縱二横補於平廉不能合縫之際始得湊合成方法以方根又三倍之者成三個長廉之全數也再以平廉之隅數乘長廉則為現在平廉貼身應得之數為長廉約數併之除餘實而隅亦在所除之中而此四面之方湊合無缺矣葢平廉以方根為準長廉

以平廉為準而隅數與平廉長廉又互相為準

數藏大籌巧在與大籌並列同除法精密矣

初商次商退位除式

假如積實一萬九千六百八十三

三、

八

六

九、一

一

○

初商二十　積實兩點兩開方根必十點前餘一位應從立方籌之十位除實但籌之三格四格俱大於積實應退在第二格之八除八千籌格退位餘

一一六八三

此退位不用三四格除實而退至二格者籌數浮於實數用退位除恰除至點位止故取二格之八為近少也此初商止退籌格不退商位

次商七　先以方根二十自之得四百又三倍之得

一千二百取一號二號籌列立方籌左為平廉以方根二十竟三倍之得六十取六號籌列立方籌右為長廉　雖九格一萬一千五百二十九相近然再加長廉便浮於實故不取九格凡平廉籌格與除至點位之實位數相當者則萬千十百之數亦必相符今點位前實係一萬一千六百八十三平廉九格恰五位便是一萬一千五百二十九矣蓋二開次商得九以九乘平廉法得廉約數一萬〇八百加隅約數七百二十九共數如前以此推算即得實數然不如即視位數更為簡捷故此點位少一位則其數必小多一八格之一〇五一二雖更相近然位便須置〇也

若以八格之隅數六十四乘長廉之六十得三千八百四十併平廉八格之一〇五一二為一萬四千三百五十二亦浮於現在之餘實故又應退格取七格之八千七百四十三單為平廉約數取七格之四九隅數乘長廉之六十得二千九百四十為長廉約數俱係千數可併進而除首位次位之一一矣於是併兩廉約數共一萬一千六百八十三單除盡為次商七

此退格約廉因籌數雖浮籌位不多於餘實故止退格而不改商也

自乘再乘還原

自乘　　再乘

次商置○式　三商加○籌式

假如積實一億二千九百五十五萬四千二百一十

六

六　六、一　三點三開

○　四二、　點前餘二位

五五

五　几、四　ヨ

一

初商點前餘二位視立方大籌百位除實第五格之一二五近少除之得初商五百

次商以方根五百自之得二十五萬又三倍之得

七十五萬為平廉列七號五號籌於立方籌左以方根竟三倍之得一千五百為長廉列一號五號籌於立方籌右若取平廉籌相近莫如第六格之四五二一六相近然次商應除至次㸃位止今籌位多實位少若依籌位即平廉已除至㸃位後何況更有長廉是必變商之大位為小位則有後商㸃前之實應除而不患除至㸃位之後故應商數置○為次商○前二商式是退格併廉此處次商是退位再商故有置○不置○之

別

三商　因前平廉籌已備三廉實數尚未商除而前商之。又無實數可三倍故不去前籌不將前商自之又三倍之止於立方籌左前平廉籌右加。。兩籌蓋立方每點隔二位今加。。籌則前商變為後商變次商之十為三商之單矣故平廉籌仍照前七十五萬而七五列籌之第六格之四百五十萬相近又立方大籌六格之二百一十六單

共四五〇〇二十六列為平廉約數

再以隅數之三六在三開次商為三千六百者今為三開三商之三十六見前隅數定位以之乘三倍方根之一千五百為五萬四千列為長廉約數併之共四百五十五萬四千二百一十六除餘實盡為三商六

右共開方得五百〇六

自乘再乘還原

自乘

五○六
五○六
二五六
○三六

再乘

二五六○三六
五○六
一二九
五五四三一六

五開

三商列籌不隅○ 商數置○式

四商隅○籌式 又商數置○式

五商又隅○籌式

假如積實一萬七千三百一十八億即萬萬九千〇百九十一萬六千七百二十九

按他書十萬曰億算學書萬萬曰億後同

五開列實如左

九　　　○　　　○
九、二七六、一九○、九

五點五開

五點根必萬

點前無餘從單位

二 ヨ、八 三

ヨコ

ㄆ

一 ㇆、

初商 點前無餘從立方籌單位一格除實一萬億

為初商方根一萬

次商 以初商一萬自之得一億又三倍之得三億

列三號籌於立方籌左為平廉

以方根一萬竟三倍之得三萬列三號籌於立方

籌右為長廉

視第二格之六〇八近少為平廉約數

以此三號籌二格之隅數四乘長廉之四得一二為長廉約數按隅數五開次商三格以上是百萬位

六〇八
一二
七二八

併之除七千二百八十億為次商二千

三商　以前初商除一萬億次商除七千二百八十億餘實三八九〇九一六七二九

去前所列籌以初次兩商共一萬二千自之得一

四四又三倍之得四三二列籌於立方籌左為平

廉

凡乘大數各存○餘位則從單位逆推乘數定位不紊

一二○○○

一二○○○

單十百千萬

一四四○○

上圖如兩商一十二萬自之得一億四千四百○○萬

再以初次兩商一萬二千竟三倍之得三萬六千列立方籌右為長廉法

如法列兩廉約數取近少莫如九格 三八九五二

九 但三商應除至三點位止今籌格六位而第三

點前連點位亦止四位法實不符應商除退位不

但變大數商為小數商又有後商點前之實可合

籌格之多位應本商置○為三商○百

四商 立方凡前商置○則後商應隅○○兩籌以

當每點之隅二位列於平方籌左前商平廉四三

二號籌之右為平廉再如法列長廉籌取兩廉約

數併除餘實又莫如九格三八八七二九。但五開四商應除至第四點止今第四點之前止七位而籌格有八故又應置○為四商○十

五商　依立方法後商應去前商之廉籌另依商法置平長兩廉籌約數除實今前三四兩商俱未除實俱退商數置有○○今五商仍存前商廉籌及○○籌再加○○籌以當每點之隔二位列於立方籌左廉籌及○○籌之右為五商之平廉仍用

九格之三八八八〇〇〇七二九為平廉約數此約數首位三係十億位

再以九格之隅數八十一五開五商次格以下是十位乘長廉之三萬六千得二百九十一萬六千為長廉約數併之除餘實至五開尾點位止為五商九

右五商共一萬二千〇〇九

末商平廉　三八八八〇〇〇七二九

長廉　二九一六

併之　三八九〇九一六七二九

右五開式末商九是單數凡立方積不過至十位百位止今何以能除至三十八億九千〇百萬各位之多益三商〇四商〇雖兩商無除而〇無定位列實末除之三八九〇萬即皆前商平廉之所應有之數改商而未嘗改廉但因籌數位多實數位少故知三四商之皆應置〇而前商未除之平廉其約數仍在至五商則但以

五商之隅數乘前商原有之長廉以爲長廉約數益隅因廉爲升降而廉依方限不因商爲升降特借五商之九同格并除非單九能除至十億位也

立方帶縱

方爲闊加縱爲長法與開方無異先視其格與方根近少爲商數乘縱數再乘得縱積併入方積以減原實爲初商

次商以下更加縱積縱廉積除餘實爲次商餘商同併

兩商數得闊因闊以知長

用點定開位悉依立方　縱積除至點後

如初商視立方大籌其格近少之格數取為方根依定位列於原實之下又以方根之數因縱數若干即以因得之數再乘方根數得若干為縱積依定位列方根之下併減原實為初商若干

按方根悉如開方法但未即除實如併縱積多于原實應退位或改商或退格在方根不可除至點後其併縱積則除至點位之後益縱在立方之外積非立方之積不可以每點之位為定

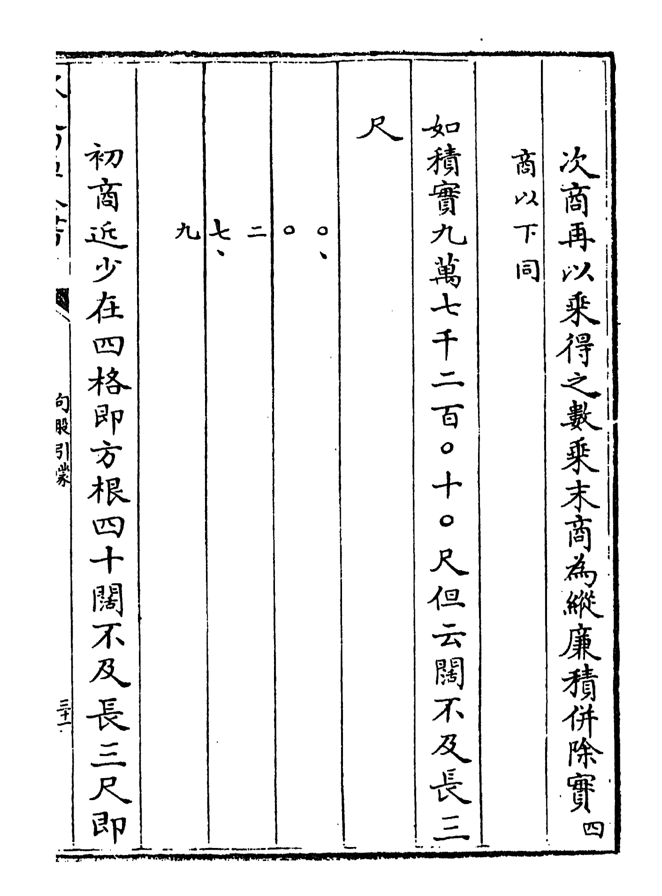
也

如次商列平廉長廉法悉如立方先取平廉約數依定位列餘實之下再取長廉約數列平廉約數之下次以次商之商數有兩廉約數在某格即某格是商數因縱數得若干再以商數乘之為次商縱積依定位列兩廉約數之下又以縱數倍之為縱廉法乘初商數得若干以乘得之數與次商數乘之得若干為縱廉積依位列於約數之下共併之減原實為次商

若干

右帶縱方兩開者次商之平廉必列至次點位止如有三開者則加縱積縱廉積除至次點位之後與開方不同止兩開者即併積亦必次點位止若併積之位浮於餘實應退格改商以除實若平廉各格多於點前之實或應退格或應置○法同前開方置○法

三商以下列廉法悉如前其縱廉法應乘上初商



次商再以乘得之數乘末商為縱廉積併除實四

商以下同

如積實九萬七千二百〇十〇尺但云闊不及長三

尺

九七、二〇〇、

初商近少在四格即方根四十闊不及長三尺即

三為縱法乘初商之四十得一百二十此縱面再以初商四十乘一百二十得縱積四千八百此縱體先以方根積六萬四千照位列實下又以縱積四千八百列方根積之千位下併之得六萬八千八百減原實為初商四十餘實二萬八千四百不先除方根者恐加縱積多於原實故先併後除

次商以方根四十自乘得一千六百尺又三倍之

得四千八百為平廉列大籌左再以方根四十竟三倍之得一百二十為長廉列大籌右取平廉第五格二四一二五為近少為平廉約數以五格之隅數二五乘長廉之一百二十得三千兩開次商四格以下隅數是十為長廉約數列於平廉下之千位以縱法三尺乘次商五得一十五再以五乘一十五得七十五為次商縱積照定位列於兩廉之下又以縱法之三竟三倍之得六為縱廉法乘次商

四十得二百四十再以二百四十乘次商五得一千二百為縱廉積照定位列於縱積之下併之共除餘實二萬八千四百盡為次商五尺

右共開方四十五尺加長三尺為長四十八尺

如積實二百萬〇〇〇〇〇〇尺　但云闊不及長三尺

〇〇〇、　三點三開　初商是百

○、 ○七 ○九 三一

點前無餘

初商一在大籌單位除實以三為縱法乘商數一百得三百此縱面又以商數一百乘三百得三萬此縱體合方根積共一百○三萬減積實為初商闊之一百

按此初商除方根并除長三尺之縱但止除方根等形之縱未除次商後加縱廉積之縱

次商依立方法平廉三萬長廉三百取近少三格九二七似

相近因帶縱有縱積應加故退格約廉二格之六。八相近為平廉約數

以第二格隅數四三開次商三格以上是百位乘長廉得一十二萬為長廉約數

以縱法三尺乘次商二十取平廉長廉約數俱在二格即是二十得縱面六十又以商數二十乘縱面六十得縱積一千二百

以縱法三尺倍之得六為縱廉次商方根加廉則所帶之縱亦應加

廉但次商之縱是小於方根加廉之縱而非短於方根之縱止縱旁兩邊有廉而縱頂無廉故法止倍之乘初商一百得六百即以六百乘次商二十得縱廉積一萬二千

併之

平廉約數六十〇萬八千

長廉約數一十二萬

縱積一千二百

縱廉積一萬二千

共七十四萬一千二百減餘積仍餘二十二萬八千八百〇十〇單

為次商二十

三商平廉三千二百長廉三百六十依開方法置籌取第五格近少二十一萬六千一百二十五為平廉約數

以第五格隅數二十五乘長廉三百六十得九千為長廉約數

以縱法三尺乘商數五得一十五又以商數五乘一十五得七十五為縱積

以縱廉六縱法三尺倍之得六乘初次兩商之一百二十得七百二十又以七百二十乘三商五得三千六百為縱廉積

依法併之共二十二萬八千八百〇〇除實盡為三商五

右共開方一百二十五尺加縱三尺為一百二

十八尺

按立方帶縱初商未開之前其所開之方未有定數而縱長三尺則有定數然雖有定數而如三開者其方闊必等於每開立方之邊或匾縱或長縱故每商必先依開方法開本身立方之方再以縱之三尺乘商數得縱之面更以商數乘縱之面而得縱之積在初商無廉故止併方根積與縱積除實為初商若干也至於次商則方根有廉而所立

之方其形更大於方根今帶縱方則其長雖定於三尺而其方之大小應與次商之方相等但立方之廉有三而此帶縱方則縱首無廉止應兩旁有廉故廉止於二但此兩廉亦止如方根之方其合縫之處亦如立方平廉之不能湊合必有一長廉焉於是以縱法乘次商而得帶縱長廉之面又以次商商數乘縱面而得帶縱長廉之積此所謂縱積也其實乃帶縱之長廉積也于是帶縱之兩平

廉以縱法倍之即以乘初商之數為帶縱平廉之面以此帶縱平廉之面乘次商商數而得帶縱平廉之積於是所帶之縱其縱則定於三尺而其方之形與次商之方等矣蓋其法與開立方同而立方則先有平廉後有長廉今開所帶之縱乃先有長廉後有平廉此為異耳至三商與次商同惟縱廉積以縱法乘初商次商之商數而以乘得之數再乘三商之商數益必連初商次商再乘三商方

是三商帶縱之平廉其廉比初商次商較薄而其
方之形則初商次商後之三商其闊狹與三商有
廉之方相等其理一也
附立方減縱法
假如立方積五千七百七十六尺　但云長不及闊
三尺
六　點前無餘除單格
七
尺七
五

初商除一格之單位因二格之八浮於列實故止除一格之一為商數以三尺為縱法乘商數一十得三十再以三十乘商數一十得縱積三百以初商方根積一千減去縱積三百餘七百以減原實為初商一十

兩點根必十

餘實五千〇七十六尺

次商依開立方法列平廉長廉籌近少取三號籌

次商以初商自之九格三千四百二十九為平廉之又三倍之

約數以隅乘長廉得二千四百三十尺為長廉約數合之為五千八百五十九其數稍浮於實者立方積也後以縱積等減之乃成匾方形故凡減縱之末商必約數浮於實以待後減為立方兩廉約數

次以縱法三尺乘次商九得二十七尺為縱面又以次商九乘縱面之二十七得二百四十三尺為立方減縱之長廉積今名縱積

次以縱法三尺倍之得六尺為縱廉以乘初商一十得六十即以六十乘次商九得五百四十尺為

立方減縱之兩平廉積今名縱廉積

合縱積縱廉積共七百八十三尺以減立方之兩

廉約數餘廉積五千〇七十六尺減餘實盡為次

商九此餘廉積即前立方兩廉不浮之約數葢既先于前所稍浮之立方廉約中除縱廉等積則所餘者乃方根應有各廉之真數因本商未除故末後除之而合也

右共開得闊一十九尺減長不及闊三尺為十

六尺長

以上帶縱方開法初商方根積必至首點

位止次商平廉長廉共約數必至次點位止不得除至點位之後惟減縱每商之廉其約數應稍浮于列實以待後減縱廉等積

附立方四開加〇〇〇〇式

初商九格除七二九為初商九

積實　平約　長約　千　次商自之又三倍之列二

四商三　七、　七　〇　四三號籌於大籌左視第一格

二　二　〇　已共四位法多於實置次商〇

〇　〇　〇　三商加〇〇籌於大籌左實

三商三　三、　〇　三　止六位籌格七位又應置三商

四　〇　四　〇　四商又加〇〇共四〇籌

二〇二　於大籌左視籌格與實位相符
歟〇
九、九　取三格為平廉約再取長廉以
二二　初商九千三倍之得二萬七千
七七　視平廉三格之隅數九乘長廉
初商九　九、　得二十四萬三千〇〇〇依位
二　加平廉併之除餘實盡為四商
七　三共商得九
千〇〇三

句股引蒙卷二

欽定四庫全書

子部

句股引蒙卷三至五

詳校官欽天監靈臺郎臣司廷幹

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官進士臣朱鈐

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣任衛葵

句股引蒙卷三

海寧　陳訏　撰

句股法

句股名義

直者為股

橫者為句

斜者為弦

股
弦
句

句股併減名義

句股和 句與股相併　句弦和 句與弦相併

股弦和 股與弦相併

句股較 句與股相較　句弦較 句與弦相較

股弦較 股與弦相較

弦和和 弦與句股和相併　弦較和 弦與句股較相併

弦和較 弦與句股和相減　弦較較 弦與句股較相減

右和較等名凡句股書多用此以從簡便故

備列於前庶一覽瞭然

句股弦凖數

句三股四弦五

句股弦無一定之數然必先有一定相差之數以參互之為千變萬化之凖則不外乎句三股四弦五兩變化由此起焉後俱依此立法

句股求弦

句自乘股自乘兩積實相併開方得弦

句股各自乘之實必合弦自乘之實故併積開方得弦

按句股開方俱平方後同

如句三自乘得九股四自乘得一十六併之共二十五平方開之得五即弦五

句弦求股

句自乘弦自乘兩積實相減開方得股

股弦求句

股自乘弦自乘兩積實相減開方得句

弦自乘之積實必合一句一股自乘之積實故於弦積内減句積開方得股於弦積内減股積開方得句

如弦五自乘得二十五為弦積内減句積九餘一十六為股四之積若弦積減股積一十六餘九為句三之積俱用開方得所求

較求股弦

句自乘股弦較自乘兩積實相減倍較為法除之得股股又加較得弦

句積中除股弦較之積則所餘必倍於股之長故以倍較為法除餘積得股之長

如句三自乘得九減弦長於股之較一積亦一則餘積八必倍於股長故倍較一為二除之得四即得股四

若不倍較為法但以較除相減之餘積則除較

之外必尚存倍於股長之數故於減餘之積去較折半亦得股長

如句餘積八以較一除之仍是八必倍於股四故去較又折半亦得股四

以上二法於股之長加較即得弦於股之長減較即得句故不再立求句法

股弦和求股

句自乘以股弦和為法除之得數以減股弦和折半得

股股弦和內減股即得弦

股弦和除句則所得數必弦長於股之較數故於股弦中去弦長於股之較則股弦等長而折半得股

如股四弦五共九除句積九得一即股四弦五之較一去較一存八則弦與股齊故折半得股四

句弦和求句

股自乘句弦和自乘兩積實相減折半以句弦和為法除之得句句弦和內減句即得弦

句弦和自乘之積必倍於句與句弦和相乘之積而尚多一股積故於和積內減股積則所餘者為句乘句弦和之倍積故折半使止存一句乘句弦和之積而以句股和為法除之得句

如股四自乘得一十六句弦和自乘得六十四內減十六餘四十八折半餘二十四以句三弦

五為法除之得三為句句既得即於句弦和除句得弦五

句弦和求弦

股自乘以句弦和為法除股積得數加句弦和折半得弦於弦之長減句弦較亦即得句

句弦和除股積則所得之數即弦長於句之較數句較既得則加句弦之長使句長與弦長等故折半得弦

如股四自乘得十六以句弦和八為法除之得二加句弦和之八為一十折半即弦五

句股和求句股

弦自乘句股和自乘兩積實相減再以餘積減弦積以平方開之加句股和半之得股股內減商數得句

句股和之積幾倍於弦積止少一句股之較積故以句股和積與弦積相減再以減餘之積減弦積則所存者為弦長於股之較積於是開方

得較而再加句股和則句股等長故折半得股如句三股四得和七自乘得四十九以弦自乘得二十五減之存二十四再以二十四減弦積之二十五存一為弦長於股之較積開方仍得一加句股和共八折半得股四股得亦可依法得句　按此所得之較乃句股較作股弦較者誤

句股弦較求句股弦

句弦較乘股弦較倍積實開方加股較得句句加句較

得股股又加股較得弦

如句弦較二乘股弦較一仍得二倍之得四開方得二加股較一得句三於句三加股較一得股四於股四又加股較一得弦五

句股弦和求句股弦

句弦和乘股弦和得積實倍之開方減股弦和得句減句弦和得股減句股和得弦

如句三弦五為句弦和八乘股四弦五之股弦

和九得七十二倍之為一百四十四開方得一十二合句股弦之長於一邊矣故於十二減句弦和八得股四於十二減股四弦五之股弦和九得句三於十二減句三股四之句股和七得弦五

句股求容方

句股相乘以句股併為法除之得容方徑若句股較為法除之亦得容方徑按若句股較二句有誤

容方外餘句餘股相乘平方開之亦得容方徑

以容方徑自乘得實以餘句為法除之得餘股以餘股為法除之得餘句

句股等容方

餘股

直股

容方

句股不等容方

句股相乘之實為容方者四斜弦內為容方者兩故容方之實必等於餘句餘股之實雖長短不齊極致而句伸則股縮股伸則句縮有參互之凖此即測望之法所由起也

句股求容圓

句股相乘倍積實併句股弦爲法除之得容圓徑

句股相乘併句股弦減半爲法除之亦得容圓徑

圓周恒三倍於圓徑而句股弦之長恒兩倍於容圓之周故于句股相乘之積或倍之而併句股弦爲法或不倍之而以句股弦折半爲法俱得容圓徑而容圓徑即弦和較也按句股之長兩倍於容圓周語誤

句股論 李之藻

句股弦三合成形錯綜立義句股相減其差曰較句股相併其名曰和股弦之差曰股弦較句弦之差曰句弦較併句股與弦較其差曰弦和較句股之差與弦相減其差曰弦較較股弦相併曰股弦和句弦相併曰句弦和句股之差併弦曰弦較和句股弦併曰弦和和句股各自乘併之為弦實故開之得弦句弦自乘減餘為股實故開之得股股弦各自乘減餘為句實故開之

得句句股和自乘倍弦實相減開其餘即句股較也句股較自乘以減倍弦實開其餘即句股和也併句弦以除股實得句弦較若以句弦較除股實即得句弦和矣併股弦以除句實得股弦較若以股弦較除句實即得股弦和矣句股和自乘減弦實除以弦較較得弦較和矣除以弦較和非即弦較較乎句股較自乘減弦實除以弦和和則得弦和較矣除以弦和較非即弦和和乎句乘股為實併句股為法除得容方徑句乘股倍之併

句股弦除之得容圓徑而容圓之徑即弦和較也又錯綜論之句為主以加股弦較即弦較較以減股弦較即弦和較若加弦較和又即股弦和也股為主以加句弦較即弦較和以減句弦較即弦和較若加弦較較又即句弦和也句股較為主以加股弦較即句弦較若減股弦和亦即句弦和也句股和為主以加股弦較復得句弦和若減股弦和亦得句弦較也至若諸較諸和法相因配連綴減半恒得所求若取句股較以加句股和半

之得股以減句股和半之得句若取股弦較以加股弦和半之得弦以減股弦和半之得股取句弦較者以加句弦和半之得弦以減句弦和半之得句取弦和較者以加弦和和半之得和以減弦和和半之得勾股弦取弦較較者以加弦較和半之得弦以減弦較和半之得較加減乘除圓變不滯神而明之存乎其人遠近高深方圓弧矢準此而推亦在乎熟之而已

解註 以句三股四弦五為準

句股和自乘倍弦實相減開其餘即句股較

如句三股四和七自乘四十九如弦五實二十五倍之五十以四十九減五十餘一即句三股四之較一

句股較自乘以減倍弦實開其餘即句股和

如句股較一以減倍弦實之五十餘四十九開方得七即句三股四之和七

併句弦以除股實得句弦較

如句三弦五併之得八以除股四之實一六得二為

句三弦五之較二

句弦較除股實即得句弦和

如句三弦五之較二以股四之實一六除之得八為

句三弦五之和八

併股弦以除句實得股弦較

如股四弦五併得九以句三之實九除之得一為股

四弦五之較一

以股弦較除句實即得股弦和

如股[四]弦[五]之較一以句[三]之實九除之為股[四]弦[五]之和九

句股和自乘減弦實除以弦較較得弦較和

如句[三]股[四]之和七自乘得四十九減弦[五]之實二十五餘二十四以句股差一與弦[五]相減之弦較較四除之得六為句股之差一與弦[五]併之弦較和六除以弦較和即得弦較較

如二十四以弦較和之六除之得四為句股之差一

減弦五之弦較較四

句股較自乘減弦實除以弦和和則得弦和較

如句三股四之較一自乘仍得一減弦五之實二十五為二十四以句三股四弦五之弦和和除之得二

為併句三股四與弦五較之弦和較

除以弦和較即弦和和

如二十四除以弦和較之二得一十二為句三股四弦五相併之弦和和

句股測望論

唐荆川先生

句股所謂矩也古人執數寸之矩而日月運行朓朒遲速之變山谿之高深廣遠凡目力所及無不可知葢不能逃乎數也句股之法横為句縱為股斜為弦句股求弦句股自乘相併為實平方開之得弦句弦求股句弦自乘相減為實平方開之得股股弦求句同法葢一弦實藏一句一股之實一句一股之實併得一弦實也數非兩不行因句股而得弦因股弦而得句因句弦而得

股三者之中其兩者顯而可知其一者藏而不可知因兩以得三此句股法之可通者也至如遠近可知而高下不可知如畀則塔影高則日影之類塔影之在地者可量而人足可以至於戴日之下而日與塔高低之數不可知則是有句而無股弦三者缺其二數不可起而句股之法窮矣於是有立表之法葢以小句股求大句股也小句股每一寸之句為股長幾何則大句股每一尺之句其長幾何可知矣此以人目與表與所望之高

三相值而知之也人目至表小弦也人目至所望之高大弦也又法表為小股其高幾何與至塔下之數相乘以小句除之則得塔高葢横之則小股至塔之積縱之則為小句至塔頂之積縱横之數恰同是變句以為股因横而得縱者也句股弦三者有一可知則立表之法可得而用若其高與遠之數皆不可知而但目力可及如隅海望山之類則句股弦三者無一可知而立表之法又窮矣於是有重表之法葢兩表相去幾何為影差

者幾何因其差以求句股亦可得矣立表者以通句股之窮也重表者以通一表之窮也其實重表一表也一表句股也無二法也

句股容方圓論

凡奇零不齊之數準之於齊圓準之於方不齊之圓準於齊之圓不齊之方準於齊之方句股容圓準於句股容方假令句五股五弦七有奇此為整方均齊無較之句股其容方徑該得句之半蓋容方積得句股全積四分之一其取全積時句股分在兩廉則句五股五五五二十五內一半為句積一半為股積其求容方則併句股為縱一廉得十為長之數得闊二五與原句相半蓋

始初則一半句積一半股積横列之而為正方及取容方則股積在上句積在下而為長方矣其容方所以止得半句者則以句股之數均也若句短股長則容方以漸而闊不止於半句矣故大半為股積小半為句積其始横列時句積與股同長而不同闊其縱列時則股積之闊如故而句積截長以為闊則闊與股積同而長與股積異與横列正相反此變長為闊而取容方之法也其謂之句積股積者從容方徑與句股相乘之數而名

之也若取容圓徑則用句股自之而倍其數以句股與弦併為法蓋容圓之徑多於容方方有四角與弦相礙故其數少圓弦宛轉故其數多若以求容方與求容圓相比則積中恰少一段圓徑與半弦和較相乘之數弦和較者句股併與弦相較之數也假令句五股五相乘亦倍之得五十如求容方則亦倍句股為法得二十亦恰得二寸五分之徑如求容圓則不用倍句股為法而用一句股併與一弦是以一弦代一句股併也以一弦

代一句股併恰少一弦和較加一弦和較則亦兩句股
實假令一句股得十倍句股得二十是取容方之徑一
句股得十一弦得七恰少弦和較三是取容圓之徑其
所以少一弦和較者圓徑多於方徑也假令取容圓不
用句股倍積而止用句股本積則宜句股併為廉而除
去半弦和較亦得或約得圓徑之後與半弦和較相乘
添積而以句股併為廉不除亦得或用句股倍積用兩
句股相併為廉而以全弦和較與約得圓徑相乘添積

亦得此改方為圓之妙其機括只寓之於弦和較間也至於句股積與弦積亦只於句股較中求之蓋數起於參伍參伍起於畸零不齊也假令句五股五齊數之句股則句股羃倍之即得弦羃蓋兩句股積而成弦積也至於句短股長相乘之積則成一長方倍之而弦側不當中徑亦不成弦羃維以一句股較積補之乃能使長方為一正方而得弦積蓋句股之差愈遠則長方愈狹長方愈狹則句股之差積愈多故句股差者所以權長

方不及正方之數以相補輳此補狹為方之法也

右荆川先生論句股測望論句股求容方圓詳矣盡矣愚按句股測望即句股求容方法而變化用之但容方則以句股求容方而測望則以容方求句股非有二法也蓋凡平方形若中間十字界之則為容方者四若斜弦界之則此一半平方之内其為完全容方者一而完全容方之外兩角湊成亦必與此完全之容方相等此

就句股等長而言也至句股不必等長而同此一容方則句長者股必短股長者句必短亦千變萬化自有一定之盈縮也於是通之為測望之法以表代容方邊以表前積實代容方之積實若所容為長方則必句短股長若所容為匾方則必股短句長股為縱為高句為橫為遠以或句或股為法除之即得所求之或高或遠故望高測遠即變化於句股求容方之一法也

測量法

句股之術可御高深廣遠法本周髀中法用表

測西法用矩測

立表測高

設甲點為高自丙至乙遠二丈求甲乙高幾何

法依地平線立一丈之表為丁丙（遠乙二丈）與地平為直角（凡立表以線垂下試之三面附表即與地平為直角）依地平線退行八尺為辛已（已為人目望處人目以下六尺若立竿為準亦可）視已丁甲三點

令成斜弦以丁丙表（一丈）減己戊人目以下之六尺

餘丁辛（四尺）與等戊乙之己庚（二丈八尺）乘之得（一十一丈八尺）

為實以等戊丙之己辛（八尺）為法除之得甲庚（一丈四尺）

加等己戊人目以下之庚乙（六尺）得甲乙高二丈

按此以丁辛與己庚相乘得實以己辛為法除之得甲庚之高即己以上之高若以丁辛乘壬庚得實以己辛為法除之得甲壬之高即丁以上之高

附西法三率算術西法三角八線全用三率算術其法詳三角前此先附其略

三率算術詳西法三角八線書中其法同類為比例列一二三四率而二率三率相乘得實一

率為法除之四率為所求之數凡言以者為一率言比者為二率言若者為三率言與者為四率如前立表測高以己辛小句比丁辛小股若己庚大句與庚甲大股

一率　己辛八尺　為法

二率　丁辛四尺　與三率相乘得實

三率　己庚二丈八尺

四率　庚甲一丈四尺加庚乙人目以下得甲乙高

按右法以己庚為三率故得己以上之高即甲庚之高若以丁壬為三率則得丁以上之高即甲壬之高變而通之若以之測遠以小股辛丁比小句己辛若大股或甲庚或甲壬與大句大股甲庚即大句庚己大股甲壬即大句壬丁總之同類比例以二率三率相乘得實以一率為法除之即得所求之四率也餘詳本法後省文依西法以比若與不更列三率

立表測深測遠

設甲乙為壁立深谷甲至丙廣二丈七尺求甲乙深幾何

法依甲丙線於地立六尺之表為戊丁距丙五尺人目從表端戊窺乙使戊丙乙三點成斜弦直線以丁戊六尺與甲丙二丈七尺相乘得一十六丈二尺為實以丁丙五尺為法除之得甲乙深三丈二尺四寸是為以丙丁小句比丁戊小股若丙甲大句與甲乙大股

設井一口其徑甲乙五尺欲測深幾何

法立表於井口為戊甲高五尺從戊視丙截甲乙徑於己得四寸減井徑五尺餘己乙四尺六寸以乘戊甲五尺得二千三百寸為實以甲己四寸為法除之得乙丙井深五丈七尺五寸是為以己甲比甲戊若己乙與乙丙　又法以己甲比甲戊若甲乙之丙丁與丁戊

設地平有甲點不知其遠人目在乙高丙地六尺求丙甲遠幾何

法依地平立丁表於戊高四尺五寸距丙九尺人目從表端窺甲令乙丁甲成斜弦直線次以乙丙六尺減丁戊表四尺五寸餘乙巳一尺五寸乃以乙丙六尺乘等丙戊之巳丁九尺得五十四尺為實以乙巳一尺五寸為法除之得丙甲遠三丈六尺是為以乙巳比巳丁若乙丙與丙甲

重表測高測遠測深

設不知高之遠不知遠之高各得幾何

欲測甲乙之高而不知遠欲測丙乙之遠而不知高

用重表法先求甲乙之高於丙地立丁丙表高十尺退後五尺立竿於戊高四尺人目在巳視表末令巳丁甲成斜弦直線次從丁丙前表退後十五尺立癸壬表亦高十尺退後八尺立竿於子亦高四尺人目在丑視表末令丑癸甲成斜弦直線以癸壬表

減人目丑子四尺餘癸辛四尺與兩表相距舊名表間等丙壬之丁癸十五尺乘之得九十尺為高實以等丙戊之寅巳減等壬子之辛丑八尺餘卯丑較三尺為法舊名影差除高實得甲辰高三十尺是為以丑卯比辛癸若癸丁與甲辰加等癸壬表之十尺得甲乙總高四十尺

次求丙乙之遠以等寅巳之辛卯五尺與表間相距之丁癸十五尺乘之得七十五尺為遠實亦以寅巳與辛丑之較卯丑三尺為法除之得等丙乙之丁辰二十五尺是為以

丑卯比卯辛若癸丁與丁辰

右測量法積實除實余昔刻句股述繪圖系說已詳其數茲不再贅錢唐毛宗旦扆再氏著九章蠡測於測望法論西法比例之理尤明晰詳盡今併錄於左

毛扆再氏曰測量之理知遠而不知高以遠測高知高而不知遠以高測遠若高遠兩不知所謂無遠之高無高之遠必用重表測之也既有

等高之二表皆十尺又有等高之二人目竿皆四尺

則甲庚丑大句股形内必函大小六句股形其

甲辰丁形為甲庚巳之分形兩形之比例必等

丁寅巳形亦甲庚巳之分形兩形之比例亦等

甲辰丁及丁寅巳兩形之比例既皆等於甲庚

巳是甲辰丁與丁寅巳兩形之比例亦等矣後

表所得甲辰癸與癸辛丑形之比例皆等於甲

庚丑亦同此論夫丁寅巳之比例既同於甲辰

丁而癸辛丑之比例亦同於甲辰癸則辰丁與寅巳必若辰癸與辛丑反之則辰癸與辰丁必若辛丑與寅巳也今辰癸與辰丁之較為丁癸而辛丑與寅巳之較為卯丑則卯丑與丁癸兩較之比例則必俱等於各線相當之比例即可知辰丁與寅巳皆句及甲辰與丁寅皆股俱若兩較之丁癸與卯丑矣法置辛癸乘癸丁為高實而以丑卯除得辰甲者是借丑卯與癸丁之比例

因寅丁以求辰甲也寅丁與辛癸等又置卯辛乘癸丁為遠實而以丑卯除得丁辰者亦借丑卯與癸丁之比例因巳寅以求丁辰也巳寅與卯辛等辰甲為表外之高丁辰亦表外之遠

設不知廣之深不知深之廣重表測之各得幾何

如甲乙丙丁壁立之谷既不知深又不知廣先求乙甲之深自谷岸乙點退行四尺至戊地立人目表為巳戊高二尺七寸依乙岸窺谷底丙點令巳乙丙成斜弦直

線次於谷旁立表為壬乙高五尺復依已戊線立人目表為辛戊高八尺二寸人目依壬表末望丙令辛壬丙成斜弦直線以辛戊八尺二寸減壬乙表五尺餘辛庚三尺二寸再與已戊二尺七寸相減餘辛癸較五尺乃以等已戊之癸庚二尺七寸與壬表五尺乘之得一百三十五寸為深實以辛癸較五寸為法除之得乙甲深二丈七尺是為以辛癸比癸庚若壬乙與乙甲

次求甲丙之廣以等戊巳之庚壬（四尺）與壬乙表（五尺）相乘（得二十尺）為廣實亦以辛癸較（五寸）為法除之得甲丙廣（四丈）是為以辛癸比庚壬若壬乙與甲丙

設甲乙不知遠以矩尺（即木工曲尺）測之

欲知甲乙之遠先立丙表於甲與地平為直角次以矩尺內直角加於丙表之末以丙戊尺向遠視乙令丙戊乙成斜弦直線次從丙丁尺視巳以甲丙表自乘而以甲

已相距之逺為法除之得甲乙之逺是為以巳甲比甲丙若甲丙與甲乙則丙甲為連比例之中率

按矩尺為直角形若兩邊等平則甲丙表兩平地之句必等今矩尺一昂一俯則巳甲必小於丙甲而丙甲必小於甲乙故以巳甲比丙甲若丙甲與甲乙葢皆以小比大以小大同類為比例而不執句股縱横為同類故三率法應二率三率相乘而此用二率自乘而以一率為法除

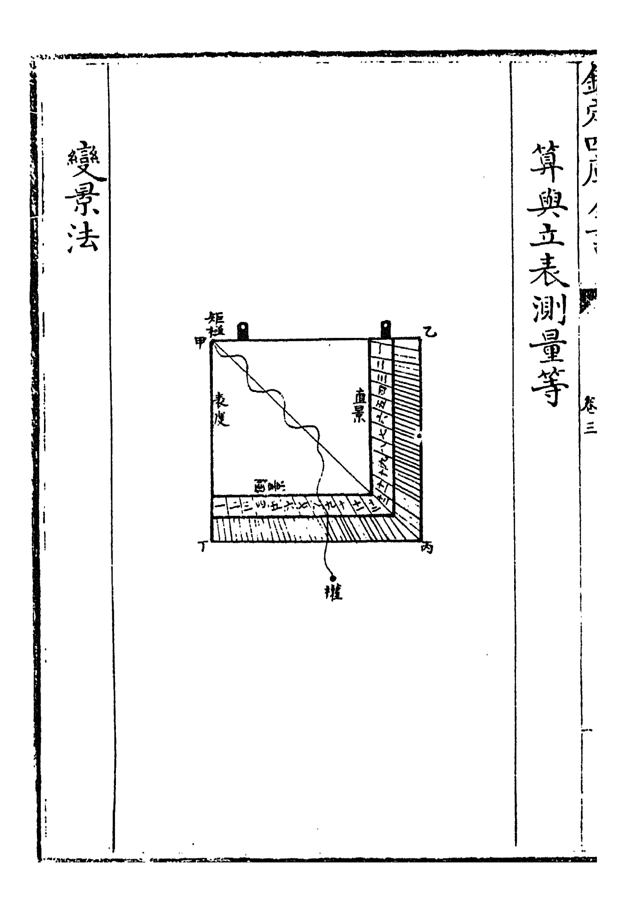
之非另有連比例之中率也若變而通之以丙子比子戊若丙甲與甲乙

西法矩度測量

矩度代表度有直景倒景有一矩測重矩測積實與為法除悉如中法亦可三率法求之

造矩度用堅木或銅版為之依上圖從矩極均分十二度陳𤄌庵止用一十度省一乘法或每度更細分之從通光耳視所測相參直以權線所切何度何分比例推

算與立表測量等



變景法

景即直景倒景也變景者視權線所切直景不變而倒景必變為直景也一矩測量即倒景可不必變而重矩測量則倒景必變其法以矩度自乘如矩度十二自乘得一百四十四為矩冪以景度即權線所切之度如幾度幾分則矩度景度通照幾度分之為法除之其變景之理詳句股述

直景圖

直景必高多遠少如一象限人望四十五度半象限九十度以上權線必切直景

倒景圖

倒景必高少遠多如一象限人望四十五度以下權線必切倒景

變景圖

變景者變倒景之少度為直景之多度盖測物愈遠則矩愈平其權線所切必在倒景故必變之如上丁戊變乙壬也

矩度測高

直景以矩度乘遠得積實以景度為法除之

設所測不知其高距所遠三十尺權線切直景八度法以矩度（二十）與遠（三十）相乘得三百六十為積實以直景八度為法除之（如籌算檢八號籌視其格與積實近少除之）得四十五尺為矩乙角以上之高即所測之高是為以小句（景度）比小股（矩度）若大句（遠）與大股（高）

倒景以景度乘遠得積實以矩度為法除之

設遠六十尺權線切倒景七度又五分度之一法以景度七通五分之得三十六分以乘遠六十得積實二千一百六十以矩度十二通五分之得六十為法除之得三十六尺為矩乙角以上之高此倒景不必變但變其法以景度乘遠以矩度為法除之亦同是為以小句比大句若小股與大股

重矩測高測高先不知其遠則用重矩如重表測法

前矩直景後矩直景以矩度乘表間得積實以兩景較為法除之表間即懸矩之幹兩矩相距之間

設前直景(五度)後直景(十度)兩矩相距(十尺)法以矩度(十二)乘表間(十尺)得一(百二十尺)為實以兩景較(五度)為法除之得二十四尺為矩乙角以上之高以小句比小股若大句與大股同前首條

前矩直景後矩倒景以矩度乘表間得積實以倒景變直景與前直景較以景較為法除之

設前直景(十一度)後倒景(九度)兩矩相距(二十二尺)法以矩度(十二)乘表間二十得(二百四十)為積實又以倒景(九度)為法除

矩冪一百四十四得變景十六與前矩直景較餘五為法除積實得四十八為矩乙角以上之高是為以小句景較比小股矩度若大句表間相距與大股所測之高

前矩倒景後矩倒景將兩倒景俱變為直景仍以矩度乘表間得積以兩變景較為法除之得所測之高仝前

按測望即容方求餘句餘股法其矩測之倒景必變者盖立表測高人目退望使參相直若所測愈高則人目距表愈近所測愈低則人目距表愈遠

按測無高之遠先用重矩測得高巳壬次以矩度甲乙為一率以後矩所變之景乙戊為二率以高巳壬為三率即得四率之遠是為以小股甲乙比小句乙戊若大股巳壬與大句壬乙

右高巳壬得四八變景乙戊得一六矩度甲乙十二度依三率法得遠六十四葢倒景既變直景則甲乙戊

表即容方之邊而人目退望之處即餘句也今矩之甲角愈高則倒景反多矩之甲角愈低則倒景反少故必變景而後合於人目退望之餘句余舊刻句股述論之詳矣但舊刻於前後俱倒景一條悞以景較乘遠以矩度為法於三率以小句比大股若大句與大股法不合若依前一表測高所切倒景之法亦以景度乘遠矩度為法則此兩倒景已俱變直景矣豈可仍用倒景法乎特為改正

成直角小句股形與巳壬乙之直角大句股相等

故用三率比例

以測高法還原

設遠六十四尺倒景一六矩度一二以矩度乘遠四六以變景度一六為法除之得高四八與前重矩測高第二條相合

按重矩測無高之遠西法測量法義同文算指俱未論及錢唐毛扆再氏補論一則但干支字様與圖互異且比例之法辨晰各較相

比似不若竟以甲乙戊之小句股比巳壬乙之大句股尤易曉然便於初學故創為此圖

測深

設井口或徑廣十二尺求至水面深幾何

用矩度視深辛使甲巳辛參相直視權線在直景乙戊三度以矩度二十乘等庚巳之辛壬水面十二尺得一百四十四尺為實以乙戊三度為法除之得巳壬深四十八尺是為以乙戊比甲乙若壬辛與巳壬

設池面不知廣就池岸設垂線至水得一丈三尺測廣幾何

權線切倒景丁戊三度依法變為直景四十八度以乘己壬十三尺得六百二十四尺為實以甲乙矩度十二為法除之得庚己廣五十二尺是為以甲乙比乙癸若己壬與等壬辛之己庚

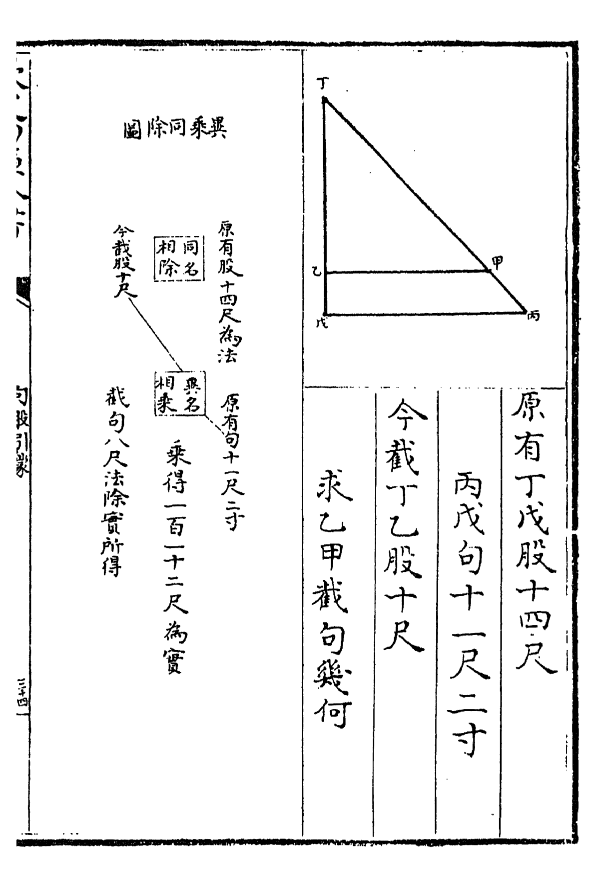
又倒景不變以矩度乘己壬得積以倒景丁戊三度為

法除之亦得已庚廣五十二尺

按倒景必變直景若止一矩測廣則倒景亦可不變然在直景則景度乘深而矩度為法除之若在倒景則矩度乘深而景度為法除之固兩不相混也至於測高則必矩度乘取積實而景度為法除之此兩矩測一定不易之法也

附三率算術

古名異乘同除西法變為三率



原有丁戊股十四尺
丙戊句十一尺二寸
今截丁乙股十尺
求乙甲截句幾何

異乘同除圖

原有股十四尺為法
同名相除
今截股十尺
原有句十一尺二寸
異名相乘
乘得一百一十二尺為實
截句八尺法除實所得

西法三率

一率　以原有股十四尺　為法

二率　比原有句十一尺二寸

三率　若今截股十尺　相乘為實

四率　與求得截句八尺　法除實所得

術以原股比原句若截股與截句

凡言以者為一率言比者為二率言若者為

三率言與者為四率

二率三率常相乘為實一率為法除實故名三率而求得之數為四率

按西法三率算術專為比例之用如右所求在截句則以原股比原句若截股與截句如所求在截股則以原句比原股若截句與截股又如所求在原句則以截股比截句若原股與原句再如所求在原股則以截句比截股若原句與原股隨所比例各視所求而以同類比之如前測望諸法或以

小句比小股若大句與大股或以大句比大股若小句與小股之類其縱橫大小不相紊亂後三角法悉依此術縱横大小相為比例而又線與線為類邊與邊為類法益加密矣

勾股引蒙卷三